plenty in quarries, *juxta ædes nob. v. D. Gryfidii Rice de Newton, arm. prope oppidum Sancti Teilavii, in comitatu Mariduniæ.* He calls it *Buglossa curta strigosa.* He alsso gives the figure of it without any defcription, in the *Phil. Transf.* N° 243.

I beg you would communicate this fupplement to the Royal Society in my name. I remain, with great efteem,

SIR,

London, July 12, 1753.

Your very humble fervant,

Emanuel Mendez da Cofta.

XLIII. *Letters relating to a Theorem of Mr.* Euler, *of the* Royal Academy *of* Sciences *at* Berlin, *and F. R. S. for correcting the Aberrations in the* Object-Glaffes *of* refracting Telefcopes.

I.

A Letter from Mr. James Short, *F. R. S. to* Peter Daval, *Efq; F. R. S.*

Dear Sir,

Read April 9, 1752.

THERE is publifhed, in the Memoirs of the Royal Academy at Berlin, for the year 1747, a theorem by Mr. Euler, in which he fhews a method of making object-glaffes of telefcopes, in fuch a manner, as not to be affected by

by the aberrations arising from the different refrangibility of the rays of light; these object-glasses consisting of two *meniscus* lens's, with water between them.

Mr. John Dollond, who is an excellent analyst and optician, has examined the said theorem, and has discovered a mistake in it, which arises by assuming an hypothesis contrary to the established principles of optics; and, in consequence of this, Mr. Dollond has sent me the inclosed letter, which contains the discovery of the said mistake, and a demonstration of it.

In order to act in the most candid manner with Mr. Euler, I have proposed to Mr. Dollond to write to him, shewing him the mistake, and desiring to know his reasons for that hypothesis; and therefore I desire, that this letter of Mr. Dollond's to me may be kept amongst the Society's papers, till Mr. Euler has had a sufficient time to answer Mr. Dollond's letter to him. I am,

SIR,

Surrey-street, April 9, 1752.

Your most humble servant,

James Short.

II.

A Letter from Mr. John Dollond *to* James Short, *A. M. F. R. S. concerning a Mistake in M.* Euler's *Theorem for correcting the Aberrations in the Object-Glasses of* refracting Telescopes.

SIR,

Read Nov. 23, 1752.

THE famous experiments of the prism, first tried by Sir Isaac Newton, sufficiently convinced that great man, that the perfection of telescopes was impeded by the different refrangibility of the rays of light, and not by the spherical figure of the glasses, as the common notion had been till that time; which put the philosopher upon grinding concave metals, in order to come at that by reflexion, which he despair'd of obtaining by refraction. For, that he was satisfied of the impossibility of correcting that aberration by a multiplicity of refractions, appears by his own words, in his treatise of Light and Colours, *Book* I. *Part* 2. *Prop.* 3. " I " found moreover, that when light goes out of air " through several contiguous mediums, as through " water and glass, as often as by contrary refractions " it is so corrected, that it emergeth in lines parallel " to those in which it was incident, continues ever " after to be white. But if the emergent rays be in- " clined to the incident, the whiteness of the emerging " light will by degrees, in passing on from the place " of emergence, become tinged in its edges with co- " lours.'

It is therefore, Sir, somewhat strange, that any body now-a-days should attempt to do that, which

ſo long ago has been demonſtrated impoſſible. But, as ſo great a mathematician as Mr. Euler has lately publiſhed a theorem * for making object-glaſſes, that ſhould be free from the aberration ariſing from the different refrangibility of light, the ſubject deſerves a particular conſideration. I have therefore carefully examined every ſtep of his algebraic reaſoning, which I have found ſtrictly true in every part. But a certain hypotheſis in page 285. appears to be deſtitute of ſupport either from reaſon or experiment, though it be there laid down as the foundation of the whole fabrick. This gentleman puts $m:1$ for the ratio of refraction out of air into glaſs of the mean refrangible rays, and $M:1$ for that of the leaſt refrangible. Alſo for the ratio of refraction out of air into water of the mean refrangible rays he puts $n:1$, and for the leaſt refrangible $N:1$. As to the numbers, he makes $m=\frac{31}{20}$, $M=\frac{77}{50}$, and $n=\frac{4}{3}$; which ſo far anſwer well enough to experiments. But the difficulty conſiſts in finding the value of N in a true proportion to the reſt.

Here the author introduces the ſuppoſition abovemention'd; which is, that m is the ſame power of M, as n is of N; and therefore puts $n=m^a$, and $N=M^a$. Whereas, by all the experiments that have hitherto been made, the proportion will come out thus, $m-1:n-1::m-M:n-N$.

The leters fixed upon by Mr. Euler to repreſent the radii of the four refracting ſurfaces of his compound object-glaſs, are $f\,g\,h$ and k, and the diſtance of the object he expreſſes by a; then will the focal diſtance be $=\dfrac{1}{n\left(\frac{1}{g}-\frac{1}{h}\right)+m\left(\frac{1}{f}-\frac{1}{g}+\frac{1}{h}-\frac{1}{k}\right)-\frac{1}{a}-\frac{1}{f}+\frac{1}{k}}$. Now, ſays

* Vide Memoires of the Royal Academy of Berlin for the Year 1747.

ſays he, it is evident, that the different refrangibility of the rays would make no alteration, either in the place of the image, or in its magnitude, if it were poſſible to determine the radii of the four ſurfaces, ſo as to have $n\left(\frac{1}{g}-\frac{1}{b}\right)+m\left(\frac{1}{f}-\frac{1}{g}+\frac{1}{k}-\frac{1}{b}\right)=N\left(\frac{1}{g}-\frac{1}{b}\right)+M\left(\frac{1}{f}-\frac{1}{g}+\frac{1}{n}-\frac{1}{b}\right)$. And this, Sir, I ſhall readily grant. But when the ſurfaces are thus proportioned, the ſum of the refractions will be $=0$; that is to ſay, the emergent rays will be parallel to the incident. For, if $n\left(\frac{1}{g}-\frac{1}{b}\right)+m\left(\frac{1}{f}-\frac{1}{g}+\frac{1}{b}-\frac{1}{k}\right)=N\left(\frac{1}{g}-\frac{1}{b}\right)+M\left(\frac{1}{f}-\frac{1}{g}+\frac{1}{b}-\frac{1}{k}\right)$, then $n-N\left(\frac{1}{g}-\frac{1}{b}\right)+m-M\left(\frac{1}{f}-\frac{1}{g}+\frac{1}{b}-\frac{1}{k}\right)=0$. Alſo if $n-N:m-M::n-1:m-1$, then $n-1\left(\frac{1}{g}-\frac{1}{b}\right)+m-1\left(\frac{1}{f}-\frac{1}{g}+\frac{1}{b}-\frac{1}{k}\right)=0$; or otherwiſe $n\left(\frac{1}{g}-\frac{1}{b}\right)+m\left(\frac{1}{f}-\frac{1}{g}+\frac{1}{b}-\frac{1}{k}\right)-\frac{1}{f}+\frac{1}{k}=0$; which reduces the denominator of the fraction expreſſing the focal diſtance to $\frac{1}{a}$. Whence the focal diſtance will be $=a$; or, in other words, the image will be the object itſelf. And as, in this caſe, there will be no refraction, it will be eaſy to conceive how there ſhould be no aberration.

And now, Sir, I think I have demonſtrated, that Mr. Euler's theorem is intirely founded upon a new law of refraction of his own; but that, according to the laws diſcover'd by experiment, the aberration ariſing from the different refrangibility of light at the object-glaſs cannot be corrected by any number of refractions whatſoever. I am,

SIR,

London, March 11, 1752.

Your moſt obedient humble ſervant,

John Dollond.

III.

Mr. Euler's *Letter to Mr.* James Short, *F. R. S.*

Monſieur,

Read July 8, 1753. VOUS m'avez fait un tres ſenſible plaiſir, en ayant diſpoſé M. Dollond de remettre la propoſition de ſes objections contre mes verres objectifs, juſqu' à ce que j'y aurois repondu, et je vous en ſuis infiniment obligé. Je prend donc la liberté de vous addreſſer ma reponſe à lui, en vous priant, après l'avoir daignée de votre examen, de la vouloir bien lui remettre: et en cas que vous jugiez cette matiere digne de l'attention de la Societé Royale, je vous prierois de lui communiquer les preuves detaillées de ma theorie, que j'ai expoſée dans cette lettre. Cependant j'eſpere, que M. Dollond en ſera ſatisfait, puiſque je tombe d'accord avec lui du peu de ſucces, qu'on ſauroit ſe promettre de mes objectifs, en les travaillant ſelon la maniere ordinaire.

J'ai l'honneur d'etre, avec la plus parfaite conſideration,

Monſieur,

Berlin, 19 Juin, 1752

Votre tres humble, et

tres obéïſſant ſerviteur,

L. Euler.

IV.

A Monsieur Monsieur Dollond.

Monsieur,

Read July 8, 1753.

ETANT tres sensible à l'honneur que vous me faites, au sujet des verres objectifs, que j'avois proposé, j'ai celui de vous marquer d'abord ingenument, que j'ai rencontré aussi ici le plus grands obstacles dans l'execution de ce dessein, vu qu'il s'agit de quatre faces, qui doivent etre travaillée exactement selon les proportions que j'avois trouvées: cependant ayant fait les experiences sur quelquesuns, qui parurent le mieux reussi, nous avons trouvé, que l'intervalle entre les deux foyers des rayons rouges et violets etoit beaucoup plus petit, qu'il ne seroit d'un verre simple de la meme distance focale. Neantmoins je dois avoüer, qu'un tel verre, quand même il bien seroit parfaitement executé sur mes principes, auroit d'autres defauts, qui le mettroient au dessous même des verres ordinaires: c'est qu'un tel verre n'admet qu'un tres petite ouverture en consequence des grandes courbures, qu'on doit donner aux faces interieures: desorte que lorsqu'on donne une ouverture ordinaire, l'image devient tres confus.

Ainsi puisque vous vous etes donné la peine, Monsieur, d'executer de tels verres, en en faisant des experiences *, je vous prie de bien distinguer les defauts, qui peuvent naitre de la diverse refrangibilité des rayons, de ceux, qui viennent d'une trop grande ouverture: pour cet effet vous n'aurez qu'à laisser une tres petite ouverture.

Or

---

* Mr. Dollond, in his letter to Mr. Euler, here referred to, does not say that he had made any trials himself, but only he had understood that such had been made by others, without success.

Or ſi ma theorie etoit juſte, dont j'aurai bientot l'honneur de parler, il ſeroit moyen de remedier à ce defaut; il faudroit renoncer à la figure ſpherique qu'on donne ordinairement aux faces des verres, et tacher de leur donner une autre figure, et j'ai remarqué que la figure d'une parabole leur procureroit l'avantage, qu'ils admettroient une ouverture tres conſiderable. Notre ſavant M. Lieberkuhn s'eſt appliqué à travailler des verres dont la courbure des faces décroit depuis le milieu vers le bords, et il s'en eſt aperçu de tres grands avantages. Par ces raiſons je crois, que ma theorie ne ſouffre encore rien de ce coté.

Pour la theorie, je conviens avec vous, monſieur, que poſant la raport de refraction d'un milieu dans un autre quelconque pour les rayons moyens comme m à 1, et pour les rayons rouges comme M à 1, la raiſon de $m-M$ à $m-1$ ſera toujours ſi à peu prés conſtant, qu'elle ſatisfera à toutes les experiences, comme la grand Newton a remarqué. Cette raiſon ne differe non plus de ma theorie que preſque imperceptiblement: car puiſque je ſoutiens que $M=m^{\alpha}$, et que m differe ordinairement fort peu de l'unité, ſoit $m=1+\omega$; et puiſque $M=m^{\alpha}=1+\alpha\, l\, m$ à peu pres, et $l\,(1+\omega)=lm=\omega$, auſſi fort à peu pres, j'aurai $m-M=1+\omega-1-a\,\omega=(1-\alpha)\,\omega$, et $m-1=\omega$, donc la raiſon $\frac{m-M}{m-1}$ ſera $=1-\alpha$, ou fort à peu pres conſtante. Delà je conclud, que les experiences d'ou le grand Newton a tiré ſon raport, ne ſauroient etre contraires à ma theorie.

En ſecond lieu, je conviens auſſi que ſi la raiſon $\frac{m-M}{m-1}=$ Conſt. etoit juſte à la rigueur, il n'y auroit plus

plus moyen de remedier au defaut qui resulte de la diverse refrangibilité des rayons, de quelque maniere qu'on disposeroit divers milieux transparens, et que l'intervalle entre les divers foyers tiendroit toujours un raport constant à la distance focale entiere du verre. Mais c'est precisement cette consideration, qui me fournit le plus fort argument: l'oeil me paroit une telle machine dioptrique parfaite, qui ne se ressent en aucune maniere de la diverse refrangibilité des rayons: quelque petite que soit sa distance focale, la sensibilité est si grande, que les divers foyers, s'il y en avoit, ne manqueroient pas de troubler tres considerablement la vision. Or il est bien certain, qu'un oeil bien constitué ne sent point l'effet de la diverse refrangibilité.

La structure merveilleux de l'oeil, et les diverses humeurs, dont il est composé, me confirme infiniment dans ce sentiment. Car s'il s'agissoit seulement de produire une representation sur le fond de l'oeil, une seule humeur auroit été suffisante; et le Createur n'y auroit pas seurement employé plusieurs. Delà je conclud, qu'il est possible d'anéantir l'effet de la diverse refrangibilité des rayons par une juste arrangement de plusieurs milieux transparens, donc puisque cela ne feroit pas possible, si la formule $\frac{m - M}{m - 1} =$ Const. étoit vraye à la rigueur, j'en tire la consequence qu'elle n'est pas parfaitement conforme à la nature.

Mais voila une preuve directe de ma these: je conçois diverse milieux transparens, *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *etc.* qui different entr'eux également par raport à leur densité optique: desorte que la raison de refraction de chacun dans le suivant soit le meme. Soit donc dans le

passage

paſſage du premier dans le ſecond la raiſon de refraction pour les rayons rouges $= r : 1$, et pour les violets $= v : 1$; qui ſera la meme dans le paſſage du ſecond dans le troiſieme, de celuicy dans le quatrieme, du quatrieme dans le cinquieme, et ainſi de ſuite. Delà il eſt clair, que dans le paſſage du premier dans le troiſieme ſera $= r^2 : 1$ pour les rayons rouges, et $=$ $v^2 : 1$ pour les violets: de meme dans le paſſage du premier dans le quatrieme les raiſons ſeront $r^3 : 1$ et $v^3 : 1$.

Donc ſi dans le paſſage dans un milieu quelconque la raiſon de refraction des rayons rouges eſt $= r^n : 1$, celle des rayons violets ſera $= v^n : 1$; tout cela eſt parfaitement conforme aux principes du grand Newton. Poſons $r^n = R$, et $v^n = V$, deſorte que $R : 1$, et $V : 1$ expriment les raiſons de refraction des rayons rouges et violets dans un paſſage quelconque: et ayant $n\,lr = lR$ et $n\,lv = lV$ nous aurons $lR : lr = lV : lv$, ou $\frac{lR}{lV} = \frac{lr}{lv}$. Ou bien mettes $v = r^{\alpha}$, et à cauſe de $lv = \alpha\, lr$, on aura $\frac{lR}{lV} = \frac{1}{\alpha}$, ou $lV = \alpha\, lR$, et partant $V = R^{\alpha}$.

Voilà donc le fondement du principe, que j'ai employé dans ma piece, qui me paroit encore inebranlable: cependant j'en ſoumets la deciſion à l' illuſtre Societé Royale, et à votre jugement en particulier, ayant l'honneur d'étre avec la plus parfaite conſideration, Monſieur,

Berlin, Juin 15, 1752.

Votre très humble
et très obéïſſant ſerviteur,

L. Euler.

XLIV.